

การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด
การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและ
ความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL THINKING THROUGH
REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME) ON THE TOPIC OF
GRAPHS AND LINEAR RELATIONSHIPS FOR GRADE 7 STUDENTS

กานตามณี คำสิงห์¹ และ จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม²

Kandamane Khamasing¹ and Chakkrid Klin-eam²

^{1, 2} มหาวิทยาลัยนเรศวร

^{1, 2} Naresuan University, Thailand

Corresponding Author's Email: Kandamaneek67@nu.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยเชิงปฏิบัติการนี้มีวัตถุประสงค์ดังนี้ 1) เพื่อศึกษาแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2) เพื่อศึกษาผลการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนในโรงเรียนแห่งหนึ่งของอำเภอนองไผ่ จังหวัดเพชรบูรณ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2568 จำนวน 40 คน การวิจัยนี้ใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน 3 วงจรปฏิบัติการ เครื่องมือวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม แบบวัดความคิดเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 2 สถานการณ์ แต่ละสถานการณ์จะมี 3 คำถามย่อยตามองค์ประกอบของความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ค่าความเชื่อมั่น (reliability) มีค่าเท่ากับ 0.83 วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา ผลการวิจัยพบว่า 1) แนวทางการจัดการเรียนรู้ต้องให้ความสำคัญ คือนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ใกล้ตัวนักเรียนโดยใช้บริบทในโรงเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงเพื่อนำไปสู่การสร้างแบบจำลอง และให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นในกลุ่มย่อยเพื่อตรวจสอบความถูกต้องก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน 2) นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านการแก้ปัญหามากที่สุด รองลงมาคือด้านการให้เหตุผล และด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด ตามลำดับ

* Received 5 May 2026; Revised 22 May 2026; Accepted 13 July 2026

คำสำคัญ: การคิดเชิงคณิตศาสตร์, แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง, กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

Abstract

This action research aimed to study 1) explore guidelines for developing students' mathematical thinking through learning management based on Realistic Mathematics Education (RME) on the topic of graphs and linear relationships, and 2) examine the outcomes of students' mathematical thinking development through such learning management. The target group consisted of 40 Grade 7 students in class 1/1 at a school in Nong Phai District, Phetchabun Province, during the second semester of the 2025 academic year. This study employed a classroom action research design consisting of three action research cycles. The research instruments included lesson plans based on RME, reflective journals on learning management, activity worksheets, and a mathematical thinking assessment test consisting of two situations. Each situation contained three sub-questions based on the components of mathematical thinking ability. The reliability coefficient of the test was 0.83. Data were analyzed using content analysis. The research results were as follows; 1) The learning management approach should emphasize presenting real-life situations that are closely related to students by using school-based contexts. Students should be given opportunities to engage in hands-on activities that lead to the construction of mathematical models. In addition, students should be encouraged to exchange ideas within small groups to verify the correctness of their work before presenting it to the whole class. 2) Most students demonstrated the highest level of mathematical thinking ability in problem-solving, followed by reasoning and representation, respectively.

Keywords: Mathematical Thinking, Realistic Mathematics Education (RME), Graphs and Linear Relationships

บทนำ

ในโลกยุคปัจจุบันที่ขับเคลื่อนด้วยเทคโนโลยีและข้อมูลข่าวสาร คณิตศาสตร์มิได้เป็นเพียงวิชาทางวิชาการที่เรียนรู้เฉพาะในห้องเรียนเท่านั้น หากแต่เป็นเครื่องมือทางปัญญาที่มีบทบาทสำคัญในทุกมิติของชีวิต ไม่ว่าจะเป็นการดำเนินชีวิตประจำวัน การทำงานในสาขาอาชีพต่าง ๆ ตลอดจนการเป็นพลเมืองที่รู้เท่าทันในสังคมโลกาภิวัตน์ ซึ่งการสอนคณิตศาสตร์ในยุคศตวรรษที่ 21 นั้น ต้องมุ่งเน้นการเตรียมนักเรียนให้พร้อมรับการเปลี่ยนแปลงของโลกทั้งด้านเนื้อหาวิชา และทักษะที่จำเป็น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562) ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องได้รับการพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง และเรียนรู้ที่จะคิดด้วยตนเอง รวมถึงทำงานร่วมกับผู้อื่น เพื่อรับมือกับความเปลี่ยนแปลงของโลกในอนาคต (OECD, 2018)

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญ และจำเป็นอย่างมากต่อการดำเนินชีวิตในปัจจุบัน แต่การเรียนการสอนในปัจจุบันส่วนใหญ่เป็นการเรียนรู้ที่เน้นการท่องจำ การจดจำข้อเท็จจริง การถ่ายทอดองค์ความรู้แบบป้อนจากครูสู่นักเรียน ห้องเรียนจำนวนมากยังคงจำกัดการเรียนรู้ให้อยู่ภายในกรอบของตำรา แบบฝึกหัด และการเตรียมสอบ (ตะวัน เทวอักษร, 2556) ขณะที่การเรียนรู้เพื่อสร้างทักษะหรือสมรรถนะอยู่ในระดับต่ำมาก เมื่อเจาะโหลยที่ต้องประยุกต์ใช้ความรู้ นักเรียนไทยส่วนใหญ่จึงทำข้อสอบลักษณะนี้ไม่ได้ จากผลการประเมิน PISA 2022 พบว่า คะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยอยู่ที่ 394 คะแนน ต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของประเทศสมาชิก OECD ที่ 472 คะแนน ซึ่งเมื่อเทียบกับผลการประเมิน PISA 2018 พบว่าประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 419 คะแนน ซึ่งคะแนนเฉลี่ยลดลง 25 คะแนน ทั้งนี้ ผลการประเมินของประเทศไทยตั้งแต่ PISA 2000 จนถึง PISA 2022 พบว่า คะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์มีแนวโน้มลดลง (OECD, 2023) ผลการประเมินยังชี้ให้เห็นว่านักเรียนไทยส่วนใหญ่ยังไม่สามารถใช้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) รายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 - 2567 พบว่าคะแนนเฉลี่ยยังคงอยู่ในระดับต่ำ โดยมีคะแนนเฉลี่ย 25.46, 24.47, 24.39, 25.38 และ 26.53 คะแนน ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2567)

จากประสบการณ์การจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มักมีความยากลำบากในการเรียนรู้เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม จากการตรวจแบบฝึกหัดและการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มักใช้วิธีจดจำขั้นตอนการทำโจทย์ตามตัวอย่าง มากกว่าการทำความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้เมื่อโจทย์มีการเปลี่ยนแปลงบริบทหรือเผชิญกับสถานการณ์ในชีวิตจริง นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม นอกจากนี้ ยังพบว่า นักเรียนจำนวนมากไม่เข้าใจความหมายของโจทย์ ไม่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนด และไม่สามารถสร้าง

ประโยชน์สัญลักษณ์จากความสัมพันธ์นั้นได้ ไม่พยายามคิดหาวิธีการแก้ปัญหา คอยให้ครูบอกทุกขั้นตอน ขาดความแม่นยำในการคิดคำนวณ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ทำให้ผลลัพธ์ไม่ตรงกับเงื่อนไขของโจทย์ (ภาวดี สวนดี, 2563)

จากปัญหาดังกล่าวสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนยังขาดการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Kriegler (2004) ที่อธิบายว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วยทักษะการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด และ Stacey (2007) ที่เน้นว่าการเรียนรู้ผ่านสถานการณ์จริงมีความสำคัญต่อการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่ง วราภัสร์ ทองสุข และ ณัชชา กมล (2568) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการอย่างต่อเนื่อง โดยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น สะท้อนให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ดีขึ้น

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education: RME) มาใช้ในการจัดการเรียนรู้เรื่องกราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น โดยเน้นให้นักเรียนเรียนรู้ผ่านสถานการณ์หรือบริบทใกล้ตัว เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย ซึ่งแนวคิด RME เป็นการผสมผสานระหว่างระดับการเรียนรู้ของ Van Hiele การสอนที่ทำให้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ อย่างมีความหมายของ Freudenthal และการพัฒนาการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของ Treffler มาใช้ในการจัดการเรียนรู้ (Zulkardi, 2002) การวิจัยครั้งนี้คาดว่าจะช่วยให้ได้แนวทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพสามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนได้อย่างเป็นรูปธรรม และส่งเสริมให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างแท้จริง

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาผลการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการศึกษาถึงการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) ดังนี้

1. กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/1 ภาคเรียนที่ 2 การศึกษา 2568 จำนวน 40 คน ณ โรงเรียนแห่งหนึ่งของอำเภอนองไผ่ จังหวัดเพชรบูรณ์ จากการเลือกแบบเจาะจง

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยและการตรวจสอบ

ตอนที่ 1 เพื่อศึกษาแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้ และแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 3 แผน ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 10 ชั่วโมง ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน 1) การสำรวจสถานการณ์จริง 2) การสร้างแบบจำลอง 3) การแสดงวิธีการแก้ปัญหา 4) การมีปฏิสัมพันธ์ และ 5) การบูรณาการ โดยแผนการจัดการเรียนรู้ได้รับการประเมินคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 คน มีผลการประเมินค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.83 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0.05

ตอนที่ 2 เพื่อศึกษาผลการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ ใบกิจกรรม และแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 2 สถานการณ์ แต่ละสถานการณ์จะมี 3 คำถามย่อยตามองค์ประกอบของความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด ผลการประเมินค่าดัชนี IOC เท่ากับ 1.00 ทุกข้อ ค่าความยากง่าย (p) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.68 – 0.69 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.44 – 0.61 ค่าความเชื่อมั่น (reliability) โดยวิธีการของครอนบาค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ 0.83

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยเริ่มจากการปฐมนิเทศและชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ จากนั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ใช้เวลา 10 ชั่วโมง ในชั่วโมงเรียนปกติ ระหว่างกิจกรรม นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ศึกษาสถานการณ์ เขียนคำตอบในใบกิจกรรม และ

แลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน โดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตบันทึกพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง เมื่อสิ้นสุดแต่ละแผนมีการประเมินและสะท้อนผล พร้อมนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุงแผนการสอนในรอบถัดไป หลังครบ 3 วงจร ผู้วิจัยให้ทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายบุคคล มีจำนวน 2 สถานการณ์ ซึ่งวัดและประเมินครอบคลุมทุกองค์ประกอบย่อย ของการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด และนำข้อมูลทั้งหมดมาวิเคราะห์และสรุปผลเป็นความเรียง

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์แนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 วิเคราะห์ด้วยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) จากข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกต เพื่อนำข้อมูลมาใช้ในการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการตามกระบวนการ PAOR เพื่อพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

2. การศึกษาผลการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 วิเคราะห์ด้วยการตรวจคำตอบจากใบกิจกรรมและแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แล้วนำมาจัดกลุ่มและวิเคราะห์ระดับความสามารถของนักเรียนในแต่ละระดับ คิดเป็นร้อยละ แล้วรายงานผลในรูปแบบความถี่และร้อยละ โดยเกณฑ์การให้คะแนนแต่ละองค์ประกอบย่อยแบ่งเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับ 2 ระดับ 1 และระดับ 0 ซึ่งองค์ประกอบย่อยของความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์แสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงองค์ประกอบย่อยของความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การคิดเชิงคณิตศาสตร์		องค์ประกอบของความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์
การแก้ปัญหา	P1	การทำความเข้าใจปัญหา
	P2	การดำเนินการแก้ปัญหา
	P3	การสรุปคำตอบของปัญหา
การให้เหตุผล	R1	อธิบายเหตุผลการใช้ความรู้และข้อมูลในการทำความเข้าใจปัญหา
	R2	อธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา
	R3	อธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ
การนำเสนอ ตัวแทนความคิด	C1	การใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา
	C2	การใช้ตัวแทนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหา
	C3	การใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา

ผลการวิจัย

ตอนที่ 1 แนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

จากการสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ประกอบด้วย การสำรวจสถานการณ์จริง การสร้างแบบจำลอง การแสดงวิธีการแก้ปัญหา การมีปฏิสัมพันธ์ และการบูรณาการ โดยครูมีบทบาทนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ใกล้ตัวนักเรียนโดยใช้บริบทใน โรงเรียน เพื่อกระตุ้นความสนใจ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง โดยให้นักเรียนเป็นผู้เก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองเพื่อนำไปสู่การสร้างแบบจำลอง และส่งเสริมการแลกเปลี่ยน ความคิดกันในกลุ่มย่อยเพื่อตรวจสอบความถูกต้องก่อนที่จะนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ตอนที่ 2 ผลการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตารางที่ 2 แสดงจำนวนนักเรียนของระดับ 2 ตามความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จากใบกิจกรรมและแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การคิดเชิงคณิตศาสตร์		จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) ของระดับ 2				
		ใบกิจกรรมกลุ่ม			แบบวัดรายบุคคล	
		วงจรที่ 1	วงจรที่ 2	วงจรที่ 3	สถานการณ์ 1	สถานการณ์ 2
การแก้ปัญหา	P1	3 (37.50)	5 (62.50)	5 (62.50)	36 (90.00)	37 (92.50)
	P2	6 (75.00)	7 (87.50)	8 (100.00)	33 (82.50)	37 (92.50)
	P3	5 (62.50)	7 (87.50)	6 (75.00)	25 (62.50)	25 (62.50)
การให้เหตุผล	R1	4 (50.00)	4 (50.00)	5 (62.50)	32 (80.00)	33 (82.50)
	R2	7 (87.50)	5 (62.50)	5 (62.50)	34 (85.00)	31 (77.50)
	R3	3 (37.50)	7 (87.50)	7 (87.50)	22 (55.00)	31 (77.50)
นำเสนอตัวแทนความคิด	C1	4 (50.00)	4 (50.00)	6 (75.00)	19 (47.20)	27 (67.50)
	C2	2 (25.00)	4 (50.00)	5 (62.50)	19 (47.20)	31 (77.50)
	C3	2 (25.00)	7 (87.50)	8 (100.00)	21 (52.50)	33 (82.50)

จากตารางที่ 2 ผลใบกิจกรรมและแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านการแก้ปัญหามากที่สุด รองลงมาคือด้านการให้เหตุผล และด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด เมื่อพิจารณาแต่ละองค์ประกอบย่อย โดยเรียงลำดับจากมากไปน้อย ด้านการแก้ปัญหจากใบกิจกรรม พบว่า P2, P3 และ P1

จากแบบวัด พบว่า P1, P2 และ P3 แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น ด้านการให้เหตุผลจากใบกิจกรรม พบว่า R3, R2 และ R1 จากแบบวัด พบว่า R1, R2 และ R3 แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลการใช้ความรู้และข้อมูลในการทำความเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น และด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดจากใบกิจกรรม พบว่า C3, C1 และ C2 จากแบบวัด พบว่า C3, C2 และ C1 แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถใช้ตัวแทนความคิดเพื่อสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างต่อเนื่อง และนักเรียนสามารถใช้ตัวแทนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

อภิปรายผล

1. ผลการวิจัยแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด การศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ การสำรวจสถานการณ์จริง การสร้างแบบจำลอง การแสดงวิธีการแก้ปัญหา การมีปฏิสัมพันธ์ และการบูรณาการ โดยนักเรียนสามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเบื้องต้น ระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนด และจัดระบบข้อมูลเพื่อแสดงความสัมพันธ์ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การใช้สัญลักษณ์ ตาราง คู่อันดับ และกราฟได้อย่างเหมาะสม และสามารถอธิบายเหตุผลของตนเอง แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ร่วมกับผู้อื่น และนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาของตนให้ถูกต้อง และสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ทั้งนี้เป็นเพราะ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เริ่มต้นจากสถานการณ์จริงที่ใกล้ตัว นักเรียนโดยใช้บริบทในโรงเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจและสามารถเชื่อมโยงความรู้ กับประสบการณ์เดิมของตนเอง ส่งผลให้นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ง่ายขึ้น และสามารถสร้างความหมายของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง สอดคล้องกับแนวคิด ของ Hans Freudenthal (1991) กล่าวว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรเริ่มต้นจากสถานการณ์ ที่มีความหมายในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองผ่านประสบการณ์ อีกทั้งเป็นเพราะ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงจากการเก็บรวบรวมเพื่อนำไปสู่การสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งช่วยให้เกิดความเข้าใจจากประสบการณ์ตรง สามารถมองเห็น ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ชัดเจนยิ่งขึ้น และยังช่วยเชื่อมโยงความรู้จากรูปธรรมสู่นามธรรม ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Gravemeijer & Terwel (2000) กล่าวว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างและพัฒนาตัวเองทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยตัวแบบ ดังกล่าวทำหน้าที่เป็นสื่อกลางในการเชื่อมโยงระหว่างความรู้แบบไม่เป็นทางการของนักเรียน กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการ กระบวนการพัฒนาตัวเองจะเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง จากการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยตัวแบบสามารถพัฒนาและเปลี่ยนแปลง จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม และอีกทั้งเป็นเพราะ นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกัน ภายในกลุ่มย่อย เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของแนวคิด วิธีการ

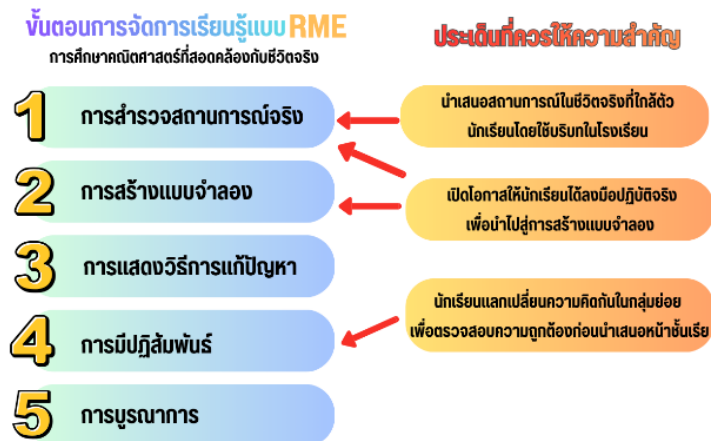
แก้ปัญหา และแบบจำลองที่สร้างขึ้น ก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้นำเสนอแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาของตนเองหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้เพื่อนร่วมชั้นได้ซักถาม แสดงความคิดเห็น และแลกเปลี่ยนแนวคิดอย่างอิสระ ส่งผลให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ร่วมกันอย่างมีความหมาย และสามารถพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับสุณิสสา สุมิรัตน์ (2555) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดอย่างหลากหลาย จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างมีเหตุผล สามารถอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ และพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

2. ผลการวิจัยผลการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผลการวิเคราะห์จากใบกิจกรรมและแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการอย่างต่อเนื่อง โดยมีความสามารถอยู่ในระดับ 2 ทั้งในระหว่างและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งนี้เป็นเพราะนักเรียนได้เรียนรู้ผ่านสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่ใกล้ตัวนักเรียนโดยใช้บริบทในโรงเรียน ซึ่งช่วยให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเบื้องต้น ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่ต้องการหาได้ ส่งผลให้นักเรียนเข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และสามารถนำความรู้ไปใช้ในการดำเนินแก้ปัญหา แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับ มีความชัดเจน และสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับเงื่อนไขของสถานการณ์ได้อย่างเหมาะสม ซึ่งสอดคล้องกับชนิดา จำปาอ่อน (2562) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง โดยใช้สถานการณ์ปัญหาในบริบทใกล้ตัว ร่วมกับการจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วางแผน ดำเนินการแก้ปัญหา และอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกันอย่างเป็นลำดับขั้น จะช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ข้อมูล และเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ด้านการให้เหตุผล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการอย่างต่อเนื่อง โดยมีความสามารถอยู่ในระดับ 2 ทั้งในระหว่างและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จากใบกิจกรรมด้านความสามารถในการอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา (R2) พบว่า กลุ่มนักเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 1 มีจำนวนสูงกว่าวงจรปฏิบัติการที่ 2 และ 3 ทั้งนี้เป็นเพราะกิจกรรมในวงจรแรกเป็นสถานการณ์ที่ไม่ซับซ้อนมาก นักเรียนจึงสามารถอธิบายวิธีคิดและเหตุผลของตนเองได้อย่างตรงไปตรงมา ต่างจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 และ 3 กิจกรรมมีลักษณะที่ซับซ้อนมากขึ้นและต้องอาศัยการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์หลายขั้นตอน และด้านความสามารถในการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ (R3) พบว่า กลุ่มนักเรียนส่วนใหญ่จะอยู่ในระดับ 1 อาจเกิดจากนักเรียนยังอยู่ช่วงเริ่มต้นของการเรียนรู้ แต่ก็มีพัฒนาการอย่างต่อเนื่อง ทั้งนี้เป็นเพราะนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ในระหว่างการลงมือปฏิบัติ นักเรียนจำเป็นต้องใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและอธิบายเหตุผลการใช้ความรู้และข้อมูล

ในการทำความเข้าใจปัญหา ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นในกลุ่มย่อยเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ก่อนนำเสนอแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้เพื่อนร่วมชั้น ซักถาม แสดงความคิดเห็น และแลกเปลี่ยนแนวคิดอย่างอิสระ ส่งผลให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ร่วมกันอย่างมีความหมาย ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา และอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของตนเองได้อย่างเป็นระบบ รับฟัง และพิจารณาแนวคิดของผู้อื่น รวมทั้งนำมาปรับปรุงความเข้าใจของตนเองให้ถูกต้องและ ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ลึกซึ้งมากขึ้น ซึ่ง สอดคล้องกับ NCIM (2000) ที่เน้นว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นกระบวนการสำคัญ ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยนักเรียนควรมีโอกาสอธิบายแนวคิด สนับสนุนคำตอบของตน ด้วยเหตุผล และพิจารณาแนวคิดของผู้อื่นอย่างมีวิจารณญาณ และด้านการนำเสนอตัวแทน ความคิด นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการอย่างต่อเนื่อง โดยมีความสามารถอยู่ในระดับ 2 ทั้งใน ระหว่างและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งจากแบบวัดในสถานการณ์ที่ 1 พบว่า นักเรียน ส่วนใหญ่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหา อยู่ในระดับ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากแบบวัดเป็นการประเมินรายบุคคลที่นักเรียนต้องในการใช้ ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเอง แตกต่างจากการทำใบกิจกรรม ที่นักเรียนได้ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มและมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ทั้งนี้เนื่องจากยังมีความ สับสนเกี่ยวกับลำดับของคู่อันดับ (x, y) แต่ในสถานการณ์ที่ 2 มีการเพิ่มขึ้นของจำนวนนักเรียนที่อยู่ใน ระดับ 2 ทั้งนี้เป็นเพราะนักเรียนได้ลงมือเก็บข้อมูลด้วยตนเองมาใช้ในการสร้างแบบจำลอง จึงจำเป็นต้องใช้เงื่อนไขหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนความคิดในการทำความเข้าใจ ปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนด อีกทั้งนักเรียนได้คิดพิจารณา และสร้างแบบจำลองด้วยตนเอง ช่วยให้นักเรียนเข้าใจโครงสร้างของปัญหาได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น และสามารถพัฒนาความคิด จากระดับไปสู่นามธรรมได้อย่างเป็นลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับ นฤนาท เอี่ยมฉั่ว (2565) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงความคิดผ่านการนำเสนอ อภิปราย และ สะท้อนคิด ร่วมกับการทำงานกลุ่มตามกระบวนการ Idea initiating และ Group processing จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแสดงแทนความคิดของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยนักเรียนได้มีโอกาสสร้างแนวคิด ยุทธวิธี หรือแบบจำลองในการแก้ปัญหา พร้อมทั้ง ตรวจสอบความสมเหตุสมผลและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน ส่งผลให้นักเรียนสามารถใช้ตัวแทน ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายแนวคิดและสื่อความหมายได้อย่างชัดเจนและเป็นระบบ

องค์ความรู้ใหม่

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษา คณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงมีประเด็นที่ควรให้ความสำคัญ ดังนี้



ภาพที่ 1 องค์ประกอบและประเด็นสำคัญของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด RME

1. การนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ใกล้ตัวนักเรียนโดยใช้บริบทในโรงเรียนมาใช้เป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนรู้ เป็นสถานที่ที่นักเรียนคุ้นเคยและมีประสบการณ์ร่วมกัน ช่วยต่อยอดความคิดของนักเรียน ให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ในทิศทางเดียวกัน ลดความคลาดเคลื่อนในการตีความโจทย์ และยังเป็นปัจจัยสำคัญที่ช่วยกระตุ้นความสนใจและสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้

2. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง โดยให้นักเรียนเป็นผู้เก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองจากสถานการณ์เพื่อนำไปสู่การสร้างแบบจำลอง ช่วยให้เกิดความเข้าใจจากประสบการณ์ตรง สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3. นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นในกลุ่มย่อยเพื่อตรวจสอบความถูกต้องก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน ช่วยให้นักเรียนได้อภิปราย ซักถาม และอธิบายเหตุผลของตนเองอย่างชัดเจนมากยิ่งขึ้น อีกทั้งยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากความคิดเห็นที่หลากหลายของเพื่อนในกลุ่ม ส่งผลให้เกิดการปรับปรุงแนวคิดและแก้ไขข้อผิดพลาดได้อย่างเหมาะสม นอกจากนี้ ยังช่วยเสริมสร้างความมั่นใจในการนำเสนอ และส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สรุป/ข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเป็นแนวทางที่ส่งเสริมการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยใช้สถานการณ์การชีวิตจริงที่ใกล้ตัวนักเรียนในบริบทของโรงเรียนเป็นฐานในการเรียนรู้ โดยที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง และได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกันภายในกลุ่มย่อย และชั้นเรียน ส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้งด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด ได้อย่างเป็นระบบและมีประสิทธิภาพ ส่วนข้อเสนอแนะในการวิจัย

ส่วนข้อเสนอแนะในการวิจัย ประกอบด้วย 1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย 1.1 ครูควรเลือกสถานการณ์ที่ใกล้ตัวในบริบทโรงเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้และเข้าถึงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น 1.2 ครูควรออกแบบกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการมีปฏิสัมพันธ์ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผลของตนเอง จะช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ 1.3 ครูควรออกแบบกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงช่วยให้เกิดความเข้าใจจากประสบการณ์ตรง เพื่อลดความเป็นนามธรรมของเนื้อหาคณิตศาสตร์ 2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป ควรมีการพัฒนาสื่อหรือเทคโนโลยี เช่น โปรแกรมสร้างกราฟ หรือ สื่อดิจิทัล เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์เชิงเส้นได้ชัดเจนมากขึ้น และสนับสนุนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ

เอกสารอ้างอิง

- ชนิดา จำปาอ่อน. (2562). การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 .ใน วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ตะวัน เทวอักษร. (2556). ทักษะการคิดพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาการศึกษาไทย. กรุงเทพฯ: อักษรเจริญทัศน์
- นฤนาท เอี่ยมฉ่ำ. (2565). การพัฒนารูปแบบการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับแนวคิด Model-Eliciting Activities เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนประถมศึกษาตอนปลาย .ใน วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- แพรวไหม สามารถ. (2555). การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ .ใน วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ภวดี สอนดี. (2563). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการประยุกต์กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกับแนวคิดของโพลยา : การวิจัยผสมวิธี .ใน วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา. มหาสารคาม:มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- วรภัทร์ ทองสุข และ ณิชชา กมล. (2568). การใช้แนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเพื่อ ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารราชพฤกษ์, 23(3), 198-213.

- สำนักงานทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2567). รายงานสรุปผลการทดสอบ O-NET ม.3 ปีการศึกษา 2567. เรียกใช้เมื่อ 26 สิงหาคม 2568 จาก <https://www.niets.or.th/th/content/view/26588>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาทักษะในศตวรรษที่ 21. เรียกใช้เมื่อ 20 สิงหาคม 2568 จาก <https://pisathailand.ipst.ac.th>
- สุนิสา สมิรัตน์. (2555). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC .ใน วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Freudenthal, H. (1991). Revisiting Mathematics Education, China Lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gravemeijer, K, and Terwel, J. (2000). "Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory." Journal of curriculum studies, 32(6), 777-796.
- Kriegler, S. (2004). Just WHAT IS ALGEBRAIC THINKING? Mathematics Teaching in the Middle School, Special Edition.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. USA: NCTM.
- OECD. (2018). The future of education and skills: Education 2030. OECD Publishing.
- OECD. (2023). PISA 2022 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, financial literacy and creative thinking. Paris: OECD Publishing.
- Stacey, K. (2007). What is mathematical thinking & why is it important? Retrieved September 3, 2025, from <https://www.researchgate.net/publication/254408829>
- Zulkardi, Z. (2002). Developing a learning environment on realistic mathematics education for Indonesian student teachers. University of Twente, Enschede.